

2020年10月

2020年度 後期講座

主催 (株)森上教育研究所

講師 竹内洋人 みんなの算数オンライン <https://www.min-san.com/> 主宰
算数オリンピック大会顧問・問題選定委員

立体図形を得点源にする学び方と攻略法

- | | | | |
|----|----------------------|----|-------------------|
| 1 | 分野別出題傾向 | 15 | A 切断面の作図(小立方体) |
| 2 | どのような問題が出題されるか | 16 | A 切断面の作図(五角形) |
| 3 | 立体図形の出題傾向 | 17 | B 切断面の作図(角錐) |
| 4 | 問題概要と攻略の指針 | 18 | A 大三角錐－小三角錐 |
| 5 | C 最新入試問題で難しい問題を見てみよう | 19 | B 切断面の交差 |
| 6 | A 基本立体を増やす | 20 | B 断頭三角柱 |
| 7 | A 基本立体をさらに増やす | 21 | B 立方体内部の正六角錐 |
| 8 | A 立方八面体も基本立体 | 22 | A 小立方体の切断 |
| 9 | A 辺は何本? 頂点は何個? | 23 | B 小立方体の切断面 |
| 10 | B 立体を切り開く 切断回数 | 24 | B 影の作図(点光源) |
| 11 | A 円錐と回転体 | 25 | C 影の作図(太陽光) |
| 12 | A 切断立体の体積の求め方 | 26 | B 立体と角度 |
| 13 | B 断頭四角柱に要注意 | 27 | 過去問実践演習問題(4問 B～C) |
| 14 | B 断頭四角錐に要注意 | 28 | おすすめ問題集・参考書 |

セミナーシリーズ

- ① **立体図形**
- ② 数の性質
- ③ 規則性
- ④ 平面図形
- ⑤ 場合の数
- ⑥ 速さ

タイトルナンバーの右の A , B , C の表記について。

A : 全員必須 (受験本番までに絶対マスターすべき)

B : 上位～難関校で差を付ける (A の理解が優先)

C : 最難関校で差を付ける (A B の理解が優先)

D : 奇問です。参考までに。

※ 練習問題に付いたA～Dの表記も同様の基準です。

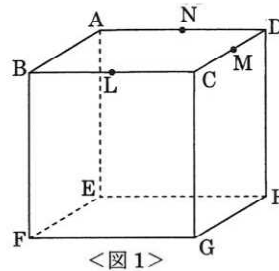
5 C 最新入試問題で難しい問題を見てみよう

※ 6年後半～

豊島岡女子 2020

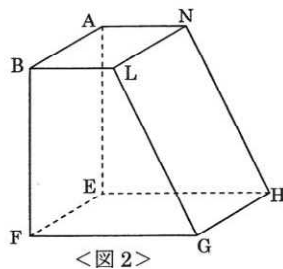
下の<図 1>のように、1 辺の長さが 10cm の立方体 ABCD-EFGH があります。

辺 BC, CD, DA の真ん中の点をそれぞれ L, M, N とするとき、次の各問いに答えなさい。

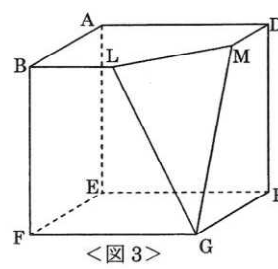


<図 1>

- (1) 4 点 L, N, H, G を通る平面で立方体 ABCD-EFGH を切り、2 つの立体に分けます。<図 2>は 2 つの立体のうち頂点 E を含む立体です。その中に、はみ出ないようにできるだけ大きい立方体を、1 つの頂点が点 E と重なるように置きます。このとき、その立方体の 1 辺の長さを求めなさい。
- (2) 3 点 L, M, G を通る平面で立方体 ABCD-EFGH を切り、2 つの立体に分けます。<図 3>は 2 つの立体のうち頂点 E を含む立体です。その中に、はみ出ないようにできるだけ大きい立方体を、1 つの頂点が点 E と重なるように置きます。このとき、その立方体の 1 辺の長さを求めなさい。

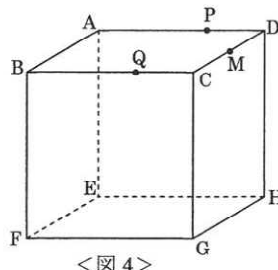


<図 2>

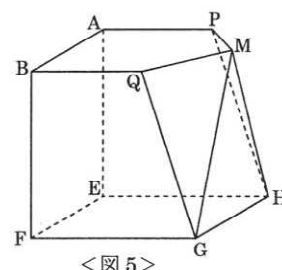


<図 3>

- (3) 下の<図 4>のように、辺 AD, BC 上にそれぞれ点 P, Q を、DP と CQ の長さが等しくなるようにとります。3 点 Q, M, G を通る平面と 3 点 P, M, H を通る平面で立方体 ABCD-EFGH を切り、3 つの立体に分けます。<図 5>は 3 つの立体のうち頂点 E を含む立体です。その中に、はみ出ないようにできるだけ大きい立方体を、1 つの辺が辺 EF と重なるように置きます。その立方体の 1 辺の長さが 8cm であったとき、元の立方体の DP の長さを求めなさい。



<図 4>



<図 5>

立方体を切断してできる立体の中に、できるだけ大きな立方体を入れる という問題。
見慣れない、レアな設定の問題なので、戸惑った受験生も多いでしょうね。

9 A 辺は何本？ 頂点は何個？ ※ 6年～（または5年後半～）

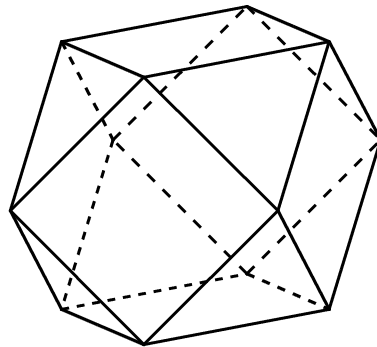
正方形6個と正三角形8個でできる右図のような立体があります。

- (1) 頂点は何個ですか。
- (2) 辺は何本ですか。

数えれば簡単。

答 (1) 12個 (2) 24本

立方八面体



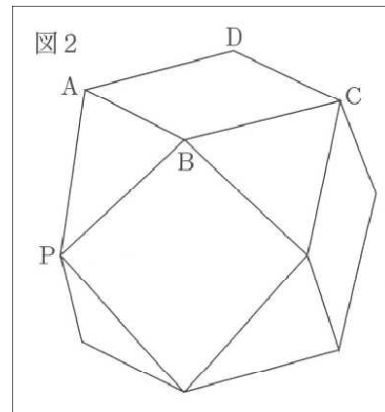
省略していますが、さきほどの渋谷教育学園渋谷中学校2014の問題の(1)は辺の数を求める問題でした。

ただし問題として与えられているのは右図 →

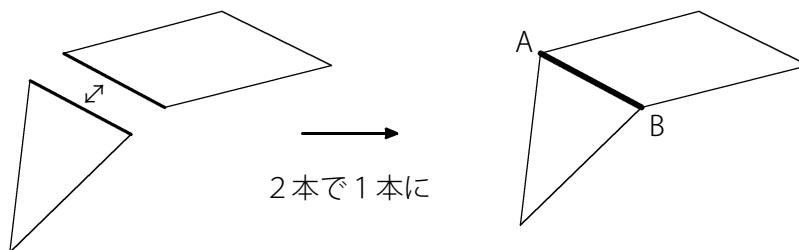
見えない部分の線が描かれていない。

⇒ 数えられない。

⇒ 辺の数をどうやって求めるか。



立体の辺は、それぞれの面の辺どうしがピタッとくっついてできる。



立方八面体は「正方形6個と正三角形8個」でできる立体なので

面がバラバラのときの辺の数 = $4本 \times 6個 + 3本 \times 8 = 48本$

2本で1本になるので2で割ればいい。 よって $48 \div 2 = 24本$ 答

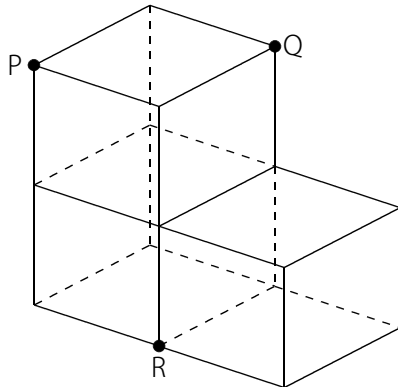
合格者の大半はすでにこういう考え方を知った上で本番に臨んでいます。
覚えておきましょう。

15 A 切断面の作図(小立方体) ※6年～

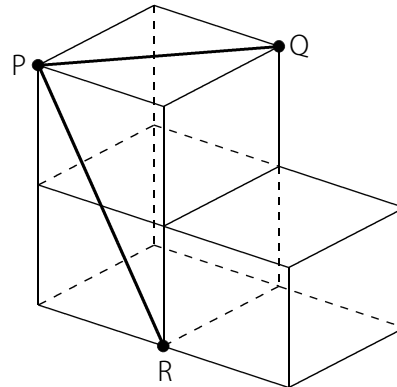
切断面の作図ルール **ルール 1** 同じ面上にある点を結ぶ。
 ルール 2 平行な面には平行な線を引く。

P, Q, R を通る切断面を描きなさい。

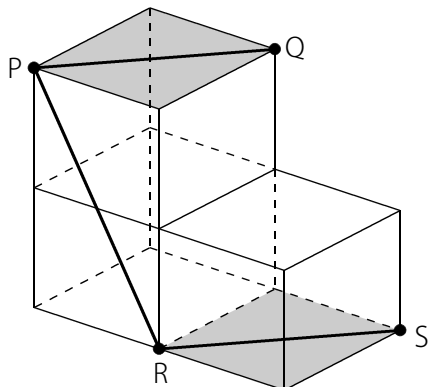
① スタート



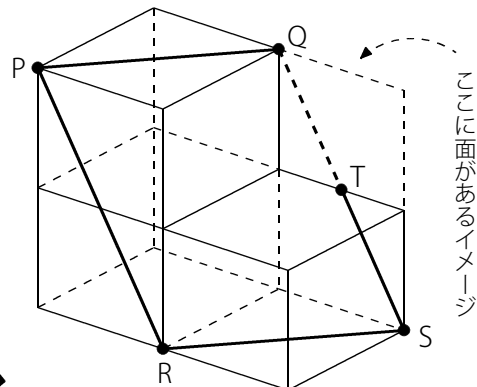
② 同じ面上にある点を結ぶ (ルール 1)



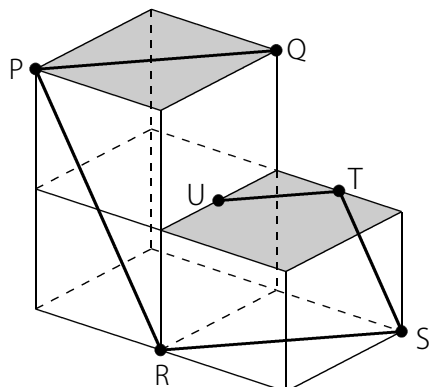
③ 平行な線を引く (ルール 2)



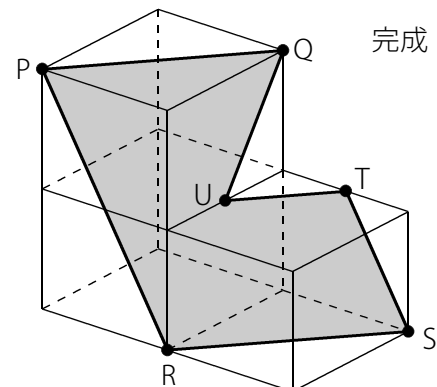
④ 同じ面上にある点を結ぶ (ルール 1)



⑤ 平行な線を引く (ルール 2)



⑥ 同じ面上にある点を結ぶ (ルール 1)



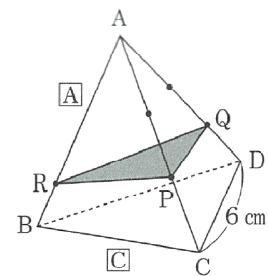
20 B 断頭三角柱 ※6年後半～

海城 2014

- 〔5〕 すべての辺の長さが6 cmである三角すいA B C Dにおいて、辺A C, A Dをそれぞれ3等分する点のうち点C, Dに近い方をそれぞれ点P, Qとします。

また、点Rは辺A B, B C上を動く点とします。ただし、点Rは点Aと点Cには重なりません。

3つの点P, Q, Rを通る平面で三角すいA B C Dを切ったときにできる2つの立体のうち、点Aを含む立体を〔A〕、点Cを含む立体を〔C〕と表します。



- (1) 点Rが辺A Bのちょうど真ん中にあるとき、〔A〕と〔C〕の体積の比を最も簡単な整数の比で答えなさい。
- (2) 点Rが辺B Cを3等分する点のうち点Cに近い方にあるとき、〔A〕と〔C〕の体積の比を最も簡単な整数の比で答えなさい。

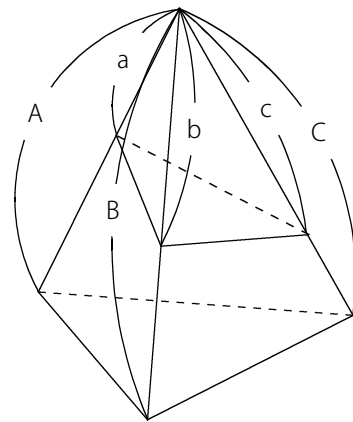
(1)は断頭三角錐, (2)は断頭三角柱。どちらも解法知識に重点が置かれています。メインは(2)の断頭三角柱です。これをマスターして欲しい。これだけで立体切断の幅が大きく広がりますね。僕が立体切断を指導するときには必ずマスターしてもらおう問題です。

- (1) 右図のような三角錐切断タイプ。
体積比を利用する。

$$\text{体積} = \text{全体} \times \frac{a}{A} \times \frac{b}{B} \times \frac{c}{C}$$

※この解法を知っていますか？

という、それだけの問題ですね。

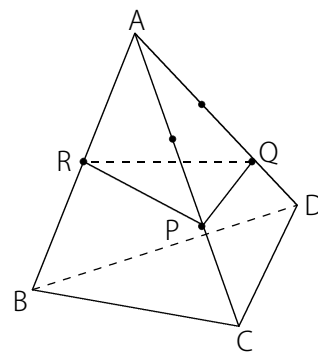


この問題では下図のようになる。

$$〔A〕 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9} \quad \text{なので} \quad 〔C〕 = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

※ 〔A〕は全体の $\frac{2}{9}$, 〔C〕は全体の $\frac{7}{9}$ ということ。

よって 〔A〕 : 〔C〕 = **2 : 7** 答



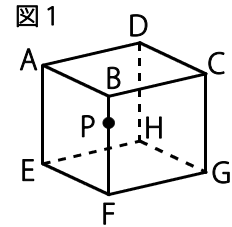
25 C 影の作図(太陽光)

※6年後半～

難しくないけどレアなのでC評価

大阪星光学院 2019

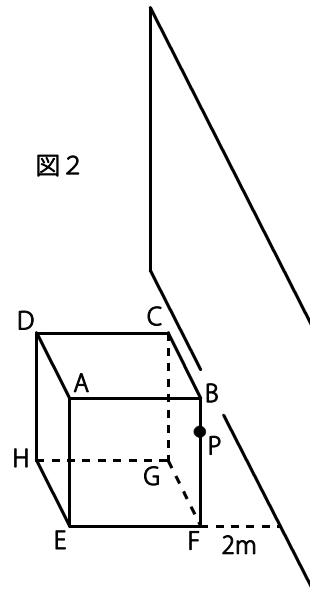
右の図のように、平らな地面に置かれた一辺の長さが4mの立方体ABCD-EFGHに太陽の光が当たっています。
Pは辺BF上の点で $BP = 1\text{m}$ です。



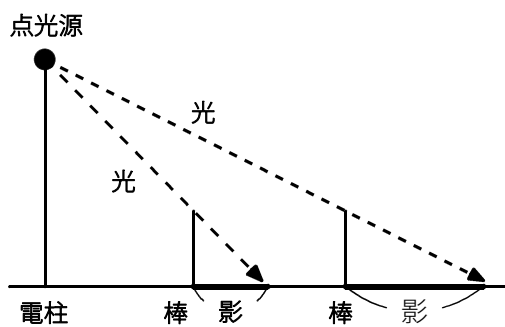
- (1) 図1において、太陽の光が直線APに平行であるとき、地面にできる点Bの影は点Fから m離れた所にあり、地面にできる立方体の影の面積は m^2 です。
また、太陽の光が直線AGに平行であるとき、地面にできる立方体の影の面積は m^2 です。ただし、立方体に接する地面の影は含めないものとします。

- (2) 図2のように、辺FGから2m離れたところに地面に垂直に壁を作ります。太陽の光が直線APに平行であるとき、壁にできる立方体の影の面積は m^2 です。ただし壁は十分に大きく影がはみ出ることはありません。

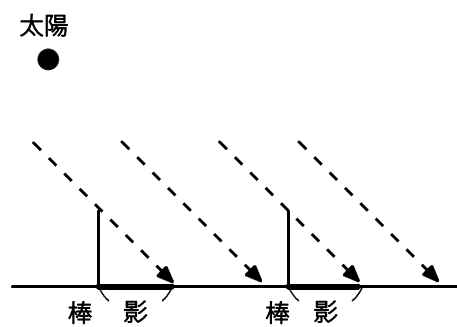
図2



まず **点光源(電灯とか電球)** と **太陽光** の違いについて確認しておきます。



点光源からの距離に影響を受ける



常に平行