

2020年8月

2020年度 後期講座 主催 (株)森上教育研究所

講師 竹内洋人 みんなの算数オンライン <https://www.min-san.com/> 主宰  
算数オリンピック大会顧問・問題選定委員

## 場合の数を得点源にする学び方と攻略法 (+計算の工夫)

- |    |                      |    |   |                           |
|----|----------------------|----|---|---------------------------|
| 1  | 分野別出題傾向              | 21 | A | フィボナッチの利用 前の2つの和          |
| 2  | どのような問題が出題されるか       | 22 | B | テトラナッチの利用 前の4つの和          |
| 3  | 場合の数の出題傾向            | 23 | B | 次の一手に制約がある並べ方             |
| 4  | 場合の数の問題概要            | 24 | B | ボールと仕切り 1人1個以上はもらう場合      |
| 5  | 学び方と攻略の指針            | 25 | B | ボールと仕切り 0個の人がいてもいい        |
| 6  | B 最新入試問題で難しい問題を見てみよう | 26 | B | ボールと仕切り N人で分ける            |
| 7  | A 場合の数の入門。まずは樹形図から   | 27 | B | 和分解                       |
| 8  | A 基本の計算処理 並べる 選ぶ     | 28 | B | 整数の現れる回数                  |
| 9  | A カード並べ              | 29 | B | 整数の現れる回数 0の個数に注意          |
| 10 | B 結局は樹形図に頼る          | 30 | B | 立体の辺の移動                   |
| 11 | C ベン図の利用 重複を整理する     | 31 | C | マス目の色塗り 回転対称              |
| 12 | A 同じものがある場合の順列       | 32 | B | 一筆書き                      |
| 13 | B リアルな正答率を見てみよう      | 33 |   | 過去問実践演習問題 5問 (B~C)        |
| 14 | A ジャンケン              | 34 | A | 計算の工夫 部分分数分解 分母が2個        |
| 15 | B 余りでグループ分け          | 35 | B | 計算の工夫 部分分数分解 分母が3個        |
| 16 | B 区別する 区別しない         | 36 | B | 計算の工夫 単位分数の処理             |
| 17 | A お金の支払い方 ある金額の支払い方  | 37 | A | 計算の工夫 同じ数が入る              |
| 18 | A お金の支払い方 支払える金額の種類  | 38 | B | 計算の工夫 $999\cdots 99$ のかけ算 |
| 19 | B モンモール 完全にバラバラに並べる  | 39 |   | 過去問実践演習問題 2問 (B,C)        |
| 20 | C カタラン オオカミとヒツジ      | 40 |   | おすすめ参考書                   |

### セミナーシリーズ

- ① 立体図形
- ② 数の性質
- ③ 規則性
- ④ 平面図形
- ⑤ 場合の数
- ⑥ 速さ

タイトルナンバーの右の A, B, C の表記について。

**A : 全員必須** (受験本番までに絶対マスターすべき)

**B : 上位~難関校で差を付ける** (Aの理解が優先)

**C : 最難関校で差を付ける** (A Bの理解が優先)

※ 練習問題に付いたA~Cの表記も同様の基準です。

**Step3 ※ ここが最大のポイント。**

結局コインは 偶数回ひっくり返れば ○ のまま。

奇数回ひっくり返れば × になる。

ってことは…。

6番目のコインは○のままだから、**6の目は2回か0回** ※ 場合分けで絞り込み  
**ひっくり返る回数は左から 奇奇奇奇奇偶** ってことです。

**Step4 場合分けでカウント。**

※ 偶数回と奇数回に注意して書き出す。並べかえはすべてOK。

左からひっくり  
返った回数

**6の目が2回の場合。** ※ 5番目のコインはあと1回ひっくり返る。

6 6 5 , 6 5 6 , 5 6 6 … **3通り** (3 3 3 3 3 2パターン)

**6の目が0回の場合。** ※ 5番目のコインはあと3回 , または1回ひっくり返る。

5 5 5 … **1通り** (3 3 3 3 3 0パターン)

5 4 4 , 4 5 4 , 4 4 5 … **3通り** (3 3 3 3 1 0パターン)

5 3 3 , 3 5 3 , 3 3 5 … **3通り** (3 3 3 1 1 0パターン)

5 2 2 , 2 5 2 , 2 2 5 … **3通り** (3 3 1 1 1 0パターン)

5 1 1 , 1 5 1 , 1 1 5 … **3通り** (3 1 1 1 1 0パターン)

よって全部で  $3 + 1 + 3 + 3 + 3 + 3 = \underline{\underline{16通り}}$  (答え)

では実際に入試本番でStep4のように処理できるかという点と簡単ではないですね。現実的にはなんとなくそれっぽいものを書き出して、徐々に正解に近づいていくということになります。結局最後は「見落とさず正確に書き出しましょう」ということになってしまうのが「場合の数」の難しいところです。「見落とさず正確に書き出す」ためには「カウントの基準」があるといい。つまり「場合分け」をして考える対象を少しでも「絞り込む」こと。そうすることで正答率を上げる。またこの問題では「サイコロの目の順番は関係ない」というのもポイントで、これは「試してみる」という受験算数の鉄則によって気付くことになります。

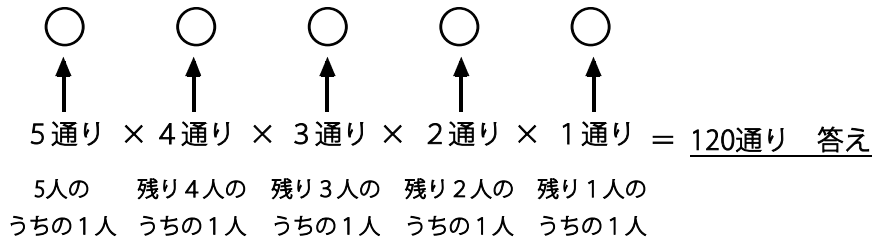
※言うのは簡単で、実行するのが難しいというのを承知の上で書いています。

次に③に進みます。

③でも②と同様に「ひっくり返る回数パターン」で考えます。

**8 A 基本の計算処理 並べる 選ぶ** ※ 4年後半～(夏以降)

A,B,C,D,E の5人を左から順に並べます。その並べ方は何通りありますか。

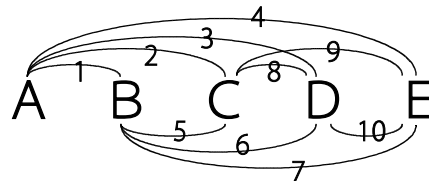


基本中の基本ですね。くり返しになりますが、「樹形図」や「書き出し」を丁寧に理解してから、こういった計算手法を学ぶようにして下さい。

A,B,C,D,E の5人から2人を選びます。その選び方は何通りありますか。

書き出せば次のようになります。

- AB , AC , AD , AE ,
- BC , BD , BE ,
- CD , CE ,
- DE     **10通り (答え)**



※ 上図のように「辞書式配列」で書き出せるように。重要。

そして「場合の数」で圧倒的に使う計算が次の **コンビネーション** ※ 超重要

**5人から2人を選ぶとき  $5C_2$  と書きます。「ごしーに」と読みます。**

これは次の計算を意味します。  $\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10通り (答え)$  ※ 計算だと一発。

※  $nC_k$  のとき分母は  $k$  から1までの積 , 分子は  $n$  から降順に  $k$  個の積 です。

**「7種類のお菓子から3種類のお菓子を選ぶとき、その選び方は？」**

$$7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35通り$$

※サピだと4年夏くらいです。樹形図とか書き出しがメインですが、少しずつ計算手法も学びます。

**14A ジャンケン**

※6年～（できれば5年後半～ もトライしたい）

浅野 2019

A, B, C, Dの4人でじゃんけんを1回します。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 4人の手の出し方は全部で何通りありますか。  
 (2) 2人だけが勝つ場合、4人の手の出し方は全部で何通りありますか。  
 (3) グーを出した人が勝つ場合、4人の手の出し方は全部で何通りありますか。  
 (4) 全員が同じ手を出さないであいこになる場合、4人の手の出し方は全部で何通りありますか。

ジャンケン問題は場合の数としては頻出問題ということになります。

頻出問題であること、そして「考える・見つけ出す」というステップを含まないという理由からA評価としています。これくらいは「余裕で解ける」状態にして入試本番に臨みましょう。 ※これがスラスラ解けないようでは「基礎が全然できていない」という評価になる

- (1) 4人それぞれがグ・チ・パの3通りずつ。
- $3 \times 3 \times 3 \times 3 = \underline{81}$
- 通り (答え)

- (2) どの2人が勝つか。4人から勝つ2人を選ぶ。
- ${}^4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = \underline{6}$
- 通り

さらにグ・チ・パのどれで勝つか。 **3通り** ↑選ぶ(コンビネーション)全部で  $6 \times 3 = \underline{18}$ 通り (答え)

- (3) 場合分け { 4人のうち1人がグーで勝つ。4人から1人を選ぶ。  ${}^4C_1 = \underline{4}$ 通り  
 4人のうち2人がグーで勝つ。4人から2人を選ぶ。  ${}^4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = \underline{6}$ 通り  
 4人のうち3人がグーで勝つ。4人から2人を選ぶ。  ${}^4C_3 = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = \underline{4}$ 通り

全部で  $4 + 6 + 4 = \underline{14}$ 通り (答え)

- (4) 場合分け { (グ, グ, チ, パ) の並べかえ。  $\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = \underline{12}$ 通り  
 (パ, パ, グ, チ) の並べかえ。  $\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = \underline{12}$ 通り  
 (チ, チ, パ, グ) の並べかえ。  $\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = \underline{12}$ 通り
- 重複の  
順列並べ替え

全部で  $12 + 12 + 12 = \underline{36}$ 通り (答え)

※ 問題文通り ググググ, パパパパ, チチチチ のあいこは含まない。

### C 過去問実践演習問題 ※6年後半～

灘(2日目) 2020

24 時間表示のデジタル時計があります。この時計は、23 時 59 分を、 $:$  で区切られた 4 つの数字の並び「23 : 59」で表示し、「23 : 59」の次は「00 : 00」と表示します。

この時計を 24 時間動かしたとき、次の条件を満たす表示がされている時間は、あわせて何分間ですか。ただし、表示が変わるのにかかる時間は考えないものとします。例えば、「00 : 00」が表示されている時間は、1 分間です。

- (1) 4 つの数字のうち、2 がちょうど 3 つある。
- (2) 4 つの数字のうち、2 がちょうど 2 つある。
- (3) 4 つの数字のうち、2 がちょうど 1 つある。

灘ですが、身構える必要はありません。計算問題みたいな感じです。「考える」というステップはあまりないのですが、こういう単純処理問題を素早く正答できる力は非常に重要です。

- (1) ① 2 2 : 2 A , ② 2 2 : A 2 , ③ 2 A : 2 2 , ④ A 2 : 2 2

①のとき、Aは0～9のうち2以外なので**9通り**

②のとき、Aは0～5のうち2以外なので**5通り**

③のとき、Aは0～3のうち2以外なので**3通り**

④のとき、Aは0, 1 なので**2通り**

全部で  $9+5+3+2=$ **19分間 (答え)**

- (2) ① 2 2 : A B , ② 2 A : 2 B , ③ 2 A : B 2 , ④ A 2 : 2 B  
⑤ A 2 : B 2 , ⑥ A B : 2 2

①のとき、Aは0～5のうち2以外、Bは0～9のうち2以外 なので  $5 \times 9 =$ **45通り**

②のとき、Aは0～3のうち2以外、Bは0～9のうち2以外 なので  $3 \times 9 =$ **27通り**

③のとき、Aは0～3のうち2以外、Bは0～5のうち2以外 なので  $3 \times 5 =$ **15通り**

④のとき、Aは0, 1 , Bは0～9のうち2以外 なので  $2 \times 9 =$ **18通り**

⑤のとき、Aは0, 1 , Bは0～5のうち2以外 なので  $2 \times 5 =$ **10通り**

⑥のとき、Aは0, 1 , Bは0～9のうち2以外 なので  $2 \times 9 =$ **18通り**

全部で  $45+27+15+18+10+18=$ **133分間 (答え)**