

2020年5月28日(木)

2020年度 前期講座 主催 (株)森上教育研究所

講師 竹内洋人 みんなの算数オンライン <https://www.min-san.com/> 主宰  
算数オリンピック大会顧問・問題選定委員

## 数の性質を得点源にする学び方と攻略法

- |    |                      |    |   |
|----|----------------------|----|---|
| 1  | 分野別出題傾向              | 16 | A $(\bigcirc + A) \div B$ , $(\bigcirc + B) \div A$ |
| 2  | どのような問題が出題されるか       | 17 | B 四捨五入の難問   |
| 3  | 数の性質の出題傾向            | 18 | A 連除法の利用  |
| 4  | C 最新入試問題で難しい問題を見てみよう | 19 | A 循環小数  |
| 5  | レベルアップのために           | 20 | A 素因数の個数  |
| 6  | A 数の絞り込み             | 21 | A 約数の個数   |
| 7  | B 条件を見逃さない           | 22 | B 約数の個数の公式  |
| 8  | A 倍数条件               | 23 | B 約分(ベン図・周期性・ガンマ関数)                                 |
| 9  | B 余りの計算              | 24 | B 約数の逆数の和   |
| 10 | C 余りの計算のまとめ          | 25 | B 連続する整数の和  |
| 11 | A ガウス記号              | 26 | C 素数の難問   |
| 12 | A 約分(ユークリッドの互除法)     | 27 | 解いておいてほしい過去問  |
| 13 | A 余りと約数              | 28 | 2021 の数の性質  |
| 14 | A 倍数の個数              | 29 | A N進数   |
| 15 | A 余りと倍数              | 30 | おすすめ参考書   |

### セミナーシリーズ

- ① 立体図形
- ② 数の性質
- ③ 規則性
- ④ 平面図形
- ⑤ 場合の数
- ⑥ 速さ

タイトルナンバーの右の A , B , C の表記について。

**A : 全員必須** (受験本番までに絶対マスターすべき)

**B : 上位~難関校で差を付ける** (A の理解が優先)

**C : 最難関校で差を付ける** (A B の理解が優先)

※ 練習問題のA~Cも同様の評価。Aが最優先。

$n$  個の連続する整数の和で表される 2 以上の整数を  $n$  連数とよぶことにします。たとえば 15 は、

$$15 = 7 + 8$$

$$15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

と表すことができるので、2 連数でもあり、5 連数でもあります。

このとき、次の問いに答えなさい。ただし、1 連数は考えないものとします。

- (1) 2 けたの最も大きい 4 連数を答えなさい。
- (2) 2 けたの 10 連数をすべて答えなさい。
- (3) 30 以下の整数で、何連数でもないものをすべて答えなさい。
- (4) 十の位が A、一の位が B である 2 けたの整数を AB と表します。2 けたの整数 AB に対し、4 けたの整数 ABAB が AB 連数になるかどうかを考えます。たとえば、2020 は 20 連数ではありません。

ABAB が AB 連数になる 2 けたの整数 AB は全部で何個ありますか。ただし、A と B が同じ整数の場合も考えます。

### 「連続する整数の和」に関する問題。

今年は渋幕でも出題されていました。開成2018でも出ていました。難関校では最近ちらほらと見かけます。最難関志望の人でも「解法」を身につけていない人が多いので要注意問題です。

- (1)(2)は簡単なので落とせない。(3)は合否を分ける。  
 (4)は一見して難しそうなので多くの受験生が回避する。よって合否を分けない。  
 という評価になるでしょうか。ただし(4)もできれば解きたい。という問題。

では(1)から見ていきましょう。

- (1) 4 連数なので 4 個の連続する整数の和。  
 $1+2+3+4=10$  ,  $2+3+4+5=14$  ,  $3+4+5+6=18$  , ...  
 10から4ずつ増えるので  $10+4 \times 22=98$  が 2 けたの最大。  
 よって答えは **98** ※ 余裕です。

**8 A 倍数条件** ※ 4年後半～

**4年生はまずここから**ですね。このあたりがあやふやな人は偏差値50以下です。

2の倍数 … 偶数。1の位が 0, 2, 4, 6, 8

3の倍数 … 各位の数の和が3で割り切れる。723 → 7+2+3=12 → 12÷3=4

4の倍数 … 下2桁が4の倍数。1704, 5968 など。

5の倍数 … 1の位が0か5

6の倍数 … 偶数、かつ各位の数の和が3で割り切れる。 ※ 6=2×3 だから。

9の倍数 … 各位の数の和が9で割り切れる。477 → 4+7+7=18 → 18÷9=2

3の倍数条件や9の倍数条件は分数が約分できるかどうかの判定にもよく使います。

**5, 6年生はさらに付け加えて次を覚えておきましょう。**

8の倍数 … 下3桁が8の倍数。

11の倍数 … 各位の数を1つおきに足した数と残った数の和の差が0か11の倍数。

(5) 9 (6) 9 (4) 8	5+6+4=15	}	差が11なので 11の倍数。
	9+9+8=26		
(7) 0 (8) 0 (2) 3 (8)	7+8+2+8=25	}	差が22なので 11の倍数。
	0+0+3=3		

(参考)

7の倍数 … 1の位から3桁ごとに分けて、奇数番目の和と偶数番目の和の差が7の倍数。

$$379526 \rightarrow 379, 526 \rightarrow 526 - 379 = 147 \rightarrow 147 \div 7 = 21$$

$$66045 \rightarrow 66, 045 \rightarrow 66 - 45 = 21 \rightarrow 21 \div 7 = 3$$

$$57156988 \rightarrow 57, 156, 988 \rightarrow (57 + 988) - 156 = 889 \rightarrow 889 \div 7 = 127$$

**7の倍数条件を使うくらいなら、7で割って確かめた方が速いので特に必要無し**ですが、倍数条件の説明をしていると聞かれることも多いので、参考までに。

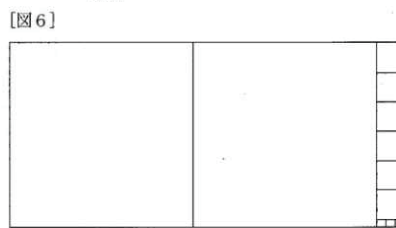
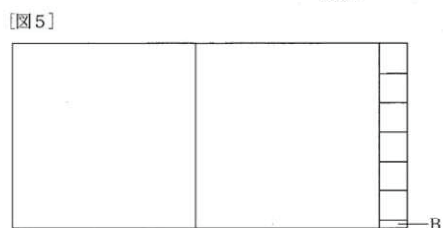
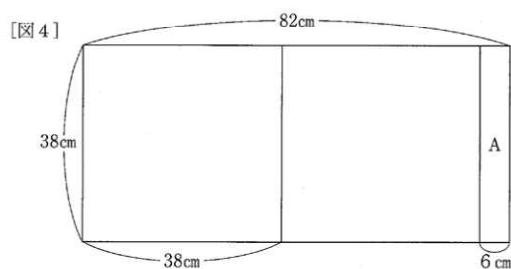
③ 長方形をできるだけ大きな正方形を使って切り分けることを考えます。

例えば、2辺の長さが82cm, 38cmの長方形があったとき、 $82=38 \times 2 + 6$ なので、[図4]のように、1辺の長さが38cmの正方形2個と、2辺の長さが38cm, 6cmの長方形Aに切り分けられます。

$38=6 \times 6 + 2$ なので、[図5]のように、長方形Aが、1辺の長さが6cmの正方形6個と、2辺の長さが6cm, 2cmの長方形Bに切り分けられます。

$6=2 \times 3$ なので、[図6]のように、長方形Bが、1辺の長さが2cmの正方形3個に切り分けられます。

このことから、1辺の長さが38cm, 6cm, 2cmの3種類の正方形が、それぞれ2個, 6個, 3個の合計11個できます。このとき、次の問いに答えなさい。(考え方と計算も書くこと。)



(1) 次の  ～  にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

2辺の長さが4588cm, 2109cmの長方形をできるだけ大きな正方形を使って切り分けると、正方形は全部で  種類、合計  個できます。

このとき、2番目に短い辺をもつ正方形の1辺の長さは  cmとなり、この正方形は全部で  個できます。

(2) 4588と2109の最大公約数を求めなさい。

ユークリッドの互除法を利用する典型的な問題です。1度はやっておくといいでしょう。

(1)	$4588 \div 2109 = 2$ あまり370	1辺2109cm が 2個	} 5種類 合計13個
	$2109 \div 370 = 5$ あまり259	1辺370cm が 5個	
	$370 \div 259 = 1$ あまり111	1辺259cm が 1個	
	$259 \div 111 = 2$ あまり37	1辺111cm が 2個	
	$111 \div 37 = 3$ ※割り切れた	1辺37cm が 3個	

よって ア = 5(種類) , イ = 13(個) , ウ = 111(cm) , エ = 2(個)

(2) (1)より最後は37で割り切れているので、最大公約数は 37

※ ユークリッドの互除法を使えば「絶対に」最大公約数を発見できますね。

11をたすと13で割り切れて、13をたすと11で割り切れる整数のうちで2019にもっとも近い数はいくつですか。

6年生の上級者でも「あれ？どうやって解くんだっけ？」という人がいます。解法を覚えておきましょう。よく出る問題ですから。

11をたすと13で割り切れて、13をたすと11で割り切れる整数を○とします。

11をたすと13で割り切れるから  $\bigcirc + 11 = (13\text{の倍数})$

13をたすと11で割り切れるから  $\bigcirc + 13 = (11\text{の倍数})$

$\bigcirc + 11 = (13\text{の倍数})$  の左に13をたしても13の倍数なので  $\bigcirc + 11 + 13 = (13\text{の倍数})$

※  $\bigcirc + 11$  は 13の倍数 なのだから  $\bigcirc + 11$  に13をたしても 13の倍数ですね。

$\bigcirc + 13 = (11\text{の倍数})$  の左に11をたしても11の倍数なので  $\bigcirc + 13 + 11 = (11\text{の倍数})$

※  $\bigcirc + 13$  は 11の倍数 なのだから  $\bigcirc + 13$  に11をたしても 11の倍数ですね。

つまり  $\bigcirc + 11 + 13 = (13\text{の倍数}) \Rightarrow \bigcirc + 24 = (13\text{の倍数})$

$\bigcirc + 13 + 11 = (11\text{の倍数}) \Rightarrow \bigcirc + 24 = (11\text{の倍数})$

よって

$\bigcirc + 24$  は 13の倍数 かつ 11の倍数

$\Rightarrow \bigcirc + 24$  は 13と11の公倍数

$\Rightarrow \bigcirc + 24$  は 143の倍数 ※ 13と11の最小公倍数=143

あとは2019に近い数を探せばいい。

$(2019 - 24) \div 143 = 13$ あまり136

だから

$143 \times 14 - 24 = \underline{1978}$  が答え